

Η πρόταση αυτή γλύτωσε τους μαθηματικούς από πολλούς υπολογισμούς την εποχή που αυτοί συναγωνίζονταν για την εύρεση του μεγαλύτερου πρώτου ή ενός τέλειου αριθμού. Με αυτή τη πρόταση, για παράδειγμα, εύκολα αποδεικνύεται πως ο $2^{17} - 1$ είναι πρώτος. Πράγματι, έχουμε ότι $2^{17} - 1 = 131.071$. Επειδή $\sqrt{131071} \approx 362,03$ αρκεί να εξετάσουμε αν ο 131.071 δεν έχει πρώτους διαιρέτες μικρότερους του 362. Σύμφωνα με τα παραπάνω οι μόνοι δυνατοί διαιρέτες του $2^{17} - 1$ είναι της μορφής $34k + 1$. Οι δέκα αριθμοί αυτής της μορφής είναι οι 36, 69, 103, 137, 171, 205, 239, 273, 307 και 341. Από αυτούς πρώτοι είναι οι 103, 137, 239 και 307 και με έναν απλό έλεγχο επαληθεύεται ότι κανείς από αυτούς δε διαιρεί τον 131.071. Άρα ο $2^{17} - 1$ είναι πρώτος κι έτσι οδηγούμαστε και στον έκτο τέλειο αριθμό.

Ένα άλλο σημαντικό Θεώρημα που βοήθησε αυτή την εποχή ήταν αυτό που πήρε το όνομά του από τον Άγγλο μαθηματικό John Wilson.

Θεώρημα Wilson

Αν ο p είναι πρώτος τότε ο $(p - 1)! + 1$ διαιρείται από τον p .

(ισοδύναμα: αν ο p είναι πρώτος τότε $(p - 1)! \equiv -1 \pmod{p}$)

Ο Wilson διατύπωσε την εικασία για την ισχύ του Θεωρήματος αλλά την απόδειξη έδωσε ο Joseph Lagrange το 1771. Το σημαντικότερο στο Θεώρημα Wilson είναι ότι ισχύει και το αντίστροφό του.

αντίστροφο του Θεωρήματος Wilson

Αν ο n είναι ένας θετικός ακέραιος τέτοιος ώστε

$(n - 1)! \equiv -1 \pmod{n}$ τότε ο n είναι πρώτος.

Για παράδειγμα $(12 - 1)! = 11! = 39.916.800 \equiv 0 \pmod{12}$ άρα ο 12 είναι σύνθετος ενώ $(13 - 1)! = 12! = 479.001.600 \equiv -1 \pmod{13}$, δηλαδή ο 13 είναι πρώτος. Έτσι, το Θεώρημα Wilson μας δίνει και ένα κριτήριο για το αν ένας αριθμός είναι πρώτος ή όχι.