ερασιτεχνικά, αν και η προσφορά του ήταν τεράστια καθορίζοντας σε μεγάλο βαθμό τις γνώσεις της εποχής και χαράσσοντας νέες πορείες σε διάφορους κλάδους όπως Διαφορικός Λογισμός, Πιθανότητες και Αναλυτική Γεωμετρία. Διάσημος, όμως, έγινε χάρη στις εργασίες του στη Θεωρία Αριθμών. Αν και ισχυριζόταν ότι είχε αποδείξεις για τις μαθηματικές του ανακαλύψεις πολύ σπάνια τις κοινοποιούσε. Μετά το θάνατό του, το 1665, σε μία λατινική μετάφραση από τα ‘Αριθμητικά’ του Διόφαντου ανακαλύφθηκε ότι είχε γράψει τη πιο διάσημη σημείωση στην ιστορία των Μαθηματικών.

> ‘Είναι αδύνατο για ένα κύβο να γραφεί σαν άθροισμα δύο κύβων μία τέταρτη δύναμη ως άθροισμα δύο τέταρτων δυνάμεων ή γενικότερα για κάποιον αριθμό υψωμένο σε δύναμη μεγαλύτερη από το δύο να γραφεί ως άθροισμα δύο όμοιων δυνάμεων. Έχω μία πραγματικά υπέροχη απόδειξη γι’ αυτό αλλά το περιθώριο είναι στενό για να τη χωρέσει.’.

Το αν είχε πράγματι την απόδειξη παραμένει άγνωστο αν και σήμερα θεωρείται εξαιρετικά απίθανο. Η εικασία αυτή, που ονομάστηκε το ‘τελευταίο’ Θεώρημα του Fermat, αποδείχτηκε, δηλαδή πράγματι έγινε Θεώρημα, μόλις το 1994 από τον Andrew Wiles, πάνω από 350 χρόνια μετά τη διατύπωσή του.

Το τελευταίο Θεώρημα του Fermat

Αν n είναι φυσικός με $n > 2$ τότε η εξίσωση $\alpha^n + \beta^n = \gamma^n$ δεν έχει θετικές, ακέραιες λύσεις

Οι αριθμοί Fermat είναι οι $Fn = 2^{2^n} + 1$ όπου n φυσικός αριθμός. Ο Fermat πίστευε ότι είναι όλοι πρώτοι για κάθε n και ότι αυτό θα μπορούσε να αποδειχθεί με επαγωγή αλλά δεν είχε την απόδειξη. Οι M.Mersenne και C.Goldbach είχαν την ίδια άποψη μέχρι που ο L.Euler το 1748 ανακάλυψε ότι $F_5 = 2^{32} + 1 = 641 \cdot 6.700.417$. Στην ουσία απέδειξε ότι αν οι α και β είναι σχετικά πρώτοι, κάθε παράγοντας του $\alpha^{2^n} + \beta^{2^n}$είναι ή 2 ή της μορφής $2^{n+1}k + 1$. Για $k = 10$ στη περίπτωση του F_5 έχουμε το 641. Αργότερα ο C.F.Gauss το 1801 βρήκε μία απρόσμενη σχέση ανάμεσα στους πρώτους του Fermat και τη κατασκευή κανονικών πολυγώνων με κανόνα και διαβήτη. Πρώτα, σε ηλικία 17 ετών, έδωσε μία μέθοδο κατασκευής κανονικού δεκαεπτάγωνου. Αργότερα, στο περίφημο έργο του ‘Disquisitiones Arithmeticae’ που εξέδωσε σε ηλικία 24 ετών, απέδειξε ότι ένα κανονικό πολύγωνο με m πλευρές μπορεί να κατασκευαστεί με κανόνα και διαβήτη