

Η μέθοδος αυτή δεν έχει πολλά περιθώρια βελτίωσης. Το βασικό της μειονέκτημα είναι ότι ίσως απαιτούνται πολλές δοκιμές μέχρι να βρούμε έναν αριθμό που να είναι τέλει τετράγωνο. Θεωρείται καλή μέθοδος μόνο αν γνωρίζουμε ότι ο αριθμός προς παραγοντοποίηση έχει δύο παράγοντες παρόμοιου μεγέθους. Ο M.Mersenne πρώτος παρατήρησε ότι αν ένας αριθμός γράφεται σαν άθροισμα τετραγώνων με δύο διαφορετικούς τρόπους τότε είναι σύνθετος. Ο L.Euler απέδειξε ότι αν ένας αριθμός της μορφής $4n + 1$ γράφεται σαν άθροισμα τετραγώνων δύο σχετικά πρώτων με έναν μόνο τρόπο τότε είναι πρώτος. Έδωσε για παράδειγμα τον $1.000.009 = 1000^2 + 3^2$. Αργότερα αποδείχθηκε ότι ένας πρώτος δε μπορεί να γραφτεί στη μορφή $mx^2 + ny^2$ με δύο διαφορετικούς τρόπους αν οι m, n είναι σχετικά πρώτοι. Η μέθοδος, όμως, που αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε ευρέως ήταν αυτή των τετραγωνικών υπολοίπων. Οφείλεται στους L.Euler και A.M.Legendre και βασίζεται στο γεγονός ότι όλοι οι αριθμοί με ένα συγκεκριμένο τετραγωνικό υπόλοιπο³ έχουν πρώτους διαιρέτες που ανήκουν σε μία συγκεκριμένη γραμμική μορφή. Για παράδειγμα αν το -1 είναι το τετραγωνικό υπόλοιπο ενός αριθμού, οι πρώτοι διαιρέτες του θα είναι της μορφής $4n + 1$ όπου ο n είναι φυσικός αριθμός και έτσι αποκλείουμε τους 3,7,11,19 κτλ. Επίσης αν το 2 είναι τετραγωνικό υπόλοιπό του, τότε έχει τη μορφή $8k \pm 1$. Γενικά, η εξίσωση $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$ λύνεται αν και μόνο αν $p \equiv 1 \pmod{4}$ και η εξίσωση $x^2 \equiv 2 \pmod{p}$ λύνεται αν και μόνο αν $p \equiv \pm 1 \pmod{8}$.

Το 1772, ο A.F. Marci εξέδωσε έναν πίνακα με τους πρώτους αριθμούς ως το 400.000. Τέσσερα χρόνια αργότερα, ο Αυστριακός μαθηματικός A. Felkel εκδίδει έναν πίνακα με όλους τους πρώτους παράγοντες των αριθμών που δεν διαιρούνται με το 2, το 3 ή το 5 μέχρι το 408.000. Ο τελευταίος είχε κατασκευαστεί με τη βοήθεια μιας πρωτότυπης συσκευής αποτελούμενης από ράβδους που υπολόγιζαν μηχανικά τους διαιρέτες. Στο χειρόγραφο ο πίνακας έφτανε μέχρι το 2.000.000 αλλά μια και δεν υπήρχαν αγοραστής για το εκδοθέν μέρος, ολόκληρη η έκδοση, εκτός από μερικά αντίτυπα, χρησιμοποιήθηκε στη κατασκευή βλημάτων στο πόλεμο των Αυστριακών κατά των Οθωμανών. Λίγα χρόνια αργότερα, στο πρόλογο της Λατινικής μετάφρασης του έργου του J.H.Lambert 'Zusätze zu den logarithmischen und trig. Tabellen', ο Felkel αναφέρει ότι δεν κατάφερε να ανακτήσει το εκτεταμένο του χειρόγραφο και έτσι υπολόγισε το 1785 εκ νέου όλους τους πρώτους παράγοντες των αριθμών από το 408.000 έως το 2.856.000. Στην περίφημη

³ Ένας ακέραιος αριθμός a λέγεται τετραγωνικό υπόλοιπο \pmod{p} αν και μόνο αν υπάρχει φυσικός αριθμός x τέτοιος ώστε $x^2 \equiv a \pmod{p}$