

εγκέφαλο και εξαρτάται από την γνωστική δομή του ατόμου, που και αυτή με τη σειρά της εξαρτάται από την προηγούμενη εμπειρία του ατόμου. Ο Tall αναφέρεται στην διαίσθηση που μπορεί να αναπτυχθεί στον απειροστικό λογισμό με την χρήση της τεχνολογίας των Η/Υ. Συγκεκριμένα στο άρθρο του "Intuition and rigour : the role of visualization in the calculus (1991 σελ.8) αναφέρει ότι : *Αν θέλουμε να καλύψουμε το χάσμα που προκύπτει κατά την κατανόηση του λογισμού από τους μαθητές, πρέπει να βρούμε έναν τρόπο που να είναι γνωστικά ελκυστικός για τον μαθητή την στιγμή που αρχίζει η μελέτη της έννοιας και ταυτόχρονα φέρει τους σπόρους για την κατανόηση των τυπικών εννοιών που εμφανίζονται αργότερα. Η ανάλυση μου είναι ότι δεν θα το επιτύχουμε με το να καταστήσουμε τις έννοιες απλούστερες. Η εναλλακτική λύση είναι να καταστούν πιο περίπλοκες. ... Η απάντηση βρίσκεται στην αποτελεσματική χρήση της νοερής οπτικής αναπαράστασης για να δοθεί η κατάλληλη διαίσθηση για την τυπική απόδειξη.* Και στη συνέχεια :

**Οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν με την βοήθεια κατάλληλου λογισμικού την οπτική διαίσθηση που είναι απαραίτητη για ισχυρή τυπική ενόραση. Η διαίσθηση και η αυστηρότητα επομένως δεν είναι απαραίτητο να συγκρούονται. Η διαίσθηση οδηγεί φυσιολογικά στην αυστηρότητα της τυπικής απόδειξης.**

Λαμβάνοντας υπόψη το υπογραμμισμένο θεωρητικό πλαίσιο οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι υπάρχει ανάγκη μιας μακροπρόθεσμης κατασκευής της έννοιας του ορίου που αρχίζει από τις προγενέστερες εμπειρίες και τη διαίσθηση των μαθητών.

Επομένως συμπεραίνουμε ότι είναι απαραίτητο να ερευνησουμε

- \* ποια είδη διαισθητικών ιδεών είναι παρόντα στους μαθητές των διαφορετικών σχολικών επιπέδων

- \* πώς η διαδικασία της διδασκαλίας μπορεί να υποστηρίξει ή να εμποδίσει την ανάπτυξη τους.

- \* Υπάρχουν ευνοϊκές διαισθήσεις για την προσέγγιση, οι οποίες παραμελούνται παράκαιρα από τη συχνή διδακτική πρακτική και πως μπορούν να έρθουν στη επιφάνεια, ώστε να έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα

- \* Λαμβάνοντας υπόψη την πολυπλοκότητα και τη σημασία τέτοιων εννοιών, μήπως θα πρέπει να επανεξετάσουμε μια βαθμιαία προσέγγιση, επιδιώκοντας να αναπτύξουμε μια κατανόηση από τα πρώτα έτη στο σχολείο

- \* Σε ποιο βαθμό ο Η/Υ αυξάνει την οπτική διαίσθηση και επομένως την τυπική ενόραση

#### 2.4 Δυσκολίες συνδεδεμένες με την έννοια του ορίου

Ο προσδιορισμός από πολλούς ερευνητές ποικίλων διαφορετικών δυσκολιών και εμποδίων για τη διαδικασία της κατασκευής της έννοιας του ορίου είναι ευρέως γνωστός: Η M.Artigue (1998) επισημαίνει στο "Teaching and Learning Elementary Analysis : What can we learn from didactical research and curriculum evolution ?" την ύπαρξη ισχυρών δυσκολιών που συνδέονται με την μαθηματική πολυπλοκότητα των βασικών αντικειμένων των πραγματικών αριθμών, των ακολουθιών, των συναρτήσεων, δυσκολίες στον πυρήνα του τομέα που συνδέονται με τον τυπικό ορισμό της έννοιας του ορίου και την πρακτική και τεχνική δυσκολία της εφαρμογής του. Σημαντικές δυσκολίες στην κατανόηση του ορίου εντοπίζονται από τους διάφορους ερευνητές που μοιάζουν να συμφωνούν στα εξής σημεία.

Η κοινή έννοια της λέξεως όριο που εμπεριέχει την έννοια του τελευταίου όρου μιας διαδικασίας, την μη δυνατότητα γενίκευσης των πεπερασμένων διεργασιών στις άπειρες (υπέρ-απλούστευση των ιδιοτήτων), τη γεωμετρία των σχημάτων που αποτρέπει τον σαφή προσδιορισμό των μορφών που εμπλέκονται στην διαδικασία του ορίου (M.Artigue (Teaching and learning elementary analysis) στην μετάβαση από το πεπερασμένο στο άπειρο και τι συμβαίνει πέρα από το άπειρο. Ακόμα σημαντικές δυσκολίες ενσωματώνονται στη γλώσσα. Έννοιες όπως τείνει, προσεγγίζει, όριο, όσο μικρό θέλουμε είναι έννοιες που συγκρούονται με τις τυπικές έννοιες. Οι λέξεις αυτές έχουν μια σημασία για τους μαθητές πριν αρχίσουν οποιαδήποτε μαθήματα και οι μαθητές συνεχίζουν να βασίζονται σ' αυτές ακόμα και να έχει δοθεί ένα τυπικός ορισμός.

Η διαδικασία του ορίου δεν μπορεί να εκτελεστεί με κανόνες της άλγεβρας και οι αυθαίρετα μικρές μεταβλητές ποσότητες δημιουργούν σύγχυση και δυσκολία κατανόησης των