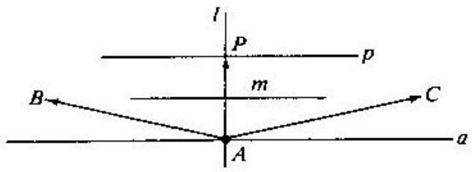
ορθογώνιο πλέγμα και η l είναι παράλληλη σε μια πλευρά μιας ορθογώνιας μονάδας του πλέγματος. Υποθέτουμε ότι το B είναι μεταξύ των a και p. (Δείτε την Εικόνα 4.)



Εικόνα 4

Έστω $C = \sigma_l(B)$. Τότε η $\tau_{A,C}$ ανήκει στην $\mathbb{W}$, καθώς $\tau_{A,C} = \gamma \circ \tau_{A,B} \circ \gamma^{-1}$. Έτσι, $\tau_{A,C} \circ \tau_{A,B} = \gamma^2$ και το B είναι πάνω στην m. Έτσι, το $\square ABPC$ είναι μια ρομβική μονάδα πλέγματος με την l να περιέχει μια διαγώνιο. Συνεπώς, έχουμε το ακόλουθο Θεώρημα.

Θεώρημα 2. *Αν η «ομάδα ταπετσαρίας» $\mathbb{W}$ περιέχει μια ανάκλαση μετ' ολισθήσεως, τότε η $\mathbb{W}$ σταθεροποιεί ένα πλέγμα, το οποίο είναι ρομβικό ή ορθογώνιο.*

Αν η ανάκλαση μετ' ολισθήσεως γ μεταφέρει το σημείο A στο σημείο P στο πλέγμα που καθορίζεται από το A για την «ομάδα ταπετσαρίας» $\mathbb{W}$, τότε εφαρμόζοντας την γ και μετά την $\tau_{P,A}$ προκύπτει μια ανάκλαση, καθώς το γινόμενο είναι μια περιττή ισομετρία που σταθεροποιεί το σημείο A. Ειδικότερα, αυτό αποδεικνύει το ακόλουθο Θεώρημα.

Θεώρημα 3. *Αν μια ανάκλαση μετ' ολισθήσεως στην «ομάδα ταπετσαρίας» $\mathbb{W}$ σταθεροποιεί ένα πλέγμα για την $\mathbb{W}$, τότε η $\mathbb{W}$ περιέχει μια ανάκλαση.*

Εδώ, ολοκληρώνονται τα απαραίτητα αποτελέσματα για τις περιττές ισομετρίες σε μια «ομάδα ταπετσαρίας». Τώρα, συνεχίζουμε με τις στροφές.

3.1 Ο Κρυσταλλογραφικός Περιορισμός

Σύντομα, θα λέγαμε ότι καθώς τα κέντρα στροφής ενός μοτίβου απεικονίζονται με μεταφορές σε νέα κέντρα στροφής (που έχουν την ίδια τάξη), μόνο στροφές τάξης 2, 3, 4 ή 6 μπορούν να προκύψουν ως ισομετρίες ενός περιοδικού σχεδίου. Η πρόταση αυτή αποτελεί τον Κρυσταλλογραφικό Περιορισμό και αναπτύσσεται και αποδεικνύεται παρακάτω. Κατ' αρχήν, δίνουμε κάποιους ορισμούς.

Το σημείο P είναι ένα n-**κέντρο** για μια ομάδα $\mathbb{I}$ ισομετριών, αν οι στροφές που ανήκουν στην $\mathbb{I}$ με κέντρο το P σχηματίζουν μια πεπερασμένη κυκλική ομάδα C_n με $n > 1$. Ένα **σχήμα** είναι ένα μη-κενό σύνολο σημείων. Αν το