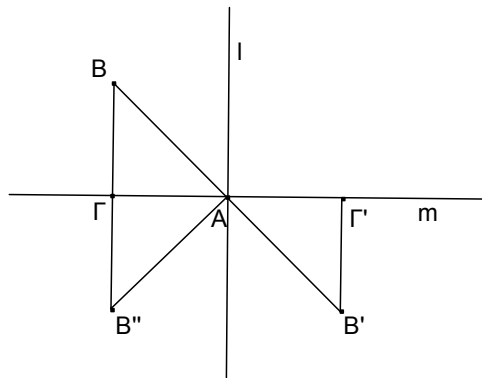


2.3..1 Στροφές

Πρόταση 2.3.6. Ας είναι $l \perp m$, και A το σημείο τομής τους και $T = R_l R_m$. Τότε για κάθε σημείο $B \neq A$ το A είναι το μέσο του BB' .

Απόδειξη: Το πόρισμα είναι φανερό αν το B ανήκει στην l ή m , έτσι ας υποθέσουμε ότι δεν ανήκει. Ας είναι Γ το ίχνος της καθέτου από το B στην m . Τότε το B' είναι στο άλλο ημιεπίπεδο των l και m από το B και το Γ' είναι στο άλλο ημιεπίπεδο της l από το Γ . Επίσης το A είναι σταθερό. Άρα $\angle B A \Gamma = \angle B' A \Gamma'$ έτσι αυτές πρέπει να είναι κατακορυφήν άρα τα B, A, B' συνευθειακά. Επίσης $AB \cong AB'$ άρα το A μέσο του BB' .



Η ισομετρία στην προηγούμενη πρόταση μπορεί να περιγραφεί σαν η στροφή κατά 180° γύρω από το A και θα συμβολίζεται με H_A , ενώ θα καλείται ημιστροφή γύρω από το A . Η εικόνα ενός σημείου P κάτω από την H_A θα συμβολίζεται με P^A .

Πόρισμα : Η H_A είναι αυτοαντίστροφη και οι αναλλοίωτές της ευθείες είναι οι ευθείες που διέρχονται από το A .

Πρόταση 2.3.7. Μια ισομετρία $T \neq I$ είναι στροφή αν και μόνον αν έχει ένα ακριβώς σταθερό σημείο.

Απόδειξη: Υποθέτουμε ότι η T έχει μοναδικό σταθερό σημείο A και επιλέγουμε B διαφορετικό από το A . Ας

