

29 Ιουλίου 1713 J.Bernoulli προς Leibniz. Δεν αρνείται ότι η υπόθεση για το $+1$ είναι αυθαίρετη και ότι για το -1 είναι επιτρεπτή. Σύμφωνα με το τελευταίο, το $\log(-1) = 0$. Από αυτό εξυπακούονται όλα όσα έχω ήδη πει για το $\log(-n)$.

Είναι εύκολο να δούμε ότι οι Leibniz και Bernoulli δεν μπορούσαν να φτάσουν σε μια συμφωνία για το $\log(-n)$, εφόσον δεν συμφωνούσαν για τον ορισμό της ‘μέσης αναλόγου’ και της ‘τρίτης αναλόγου’, όταν εφαρμόζονταν στους αρνητικούς αριθμούς. Δεν υπάρχει κανένας λόγος να αρχίσουμε μια συζήτηση για την εγκυρότητα των επιχειρημάτων που παρουσιάστηκαν. Το επιχείρημα του Bernoulli για τις άπειρες περιοχές μεταξύ της υπερβολής και των ασυμπτωτών της βομβαρδίστηκε επανειλημμένως κατά τη διάρκεια του 18^{ου} αιώνα αλλά ποτέ δεν χτυπήθηκε στο ευάλωτο σημείο του, δηλαδή την υπόθεση ότι $\infty - \infty = 0$. Είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι οι λογάριθμοι είναι μέρος της εποχής που είναι συνδεδεμένη με τις δύο προόδους, όπως στον ορισμό των λογαρίθμων του Napier, αλλά περισσότερο με την εκθετική έννοια όπως αυτή εκφράστηκε στον εκθετικό συμβολισμό της σημερινής εποχής. Ο Leibniz αγγίζει λίγο τη γεωμετρία. Ο J.Bernoulli χρησιμοποιεί τις καμπύλες επανειλημμένως, σαν να μπορούσε να πάρει περισσότερες μέσα από ένα σχήμα από ότι ήδη υπάρχει μέσα σε αυτό. Ο Leibniz επιμένει ότι το $\log(-1)$ και το $\log\sqrt{-1n}$ δεν υπάρχουν.

Non potest dari Logarithmus $\sqrt{-2}$. Η μη-ύπαρξη βασίζεται στο ότι κάτι είναι αδιανόητο. Αργότερα ο Euler δίνει μια διαφορετική εξήγηση στη θεωρία του Leibniz. Λέει ότι ο Leibniz υποστήριζε ότι το $\log(-1)$ είναι φανταστικό, όχι μη-υπαρκτό. Ο Leibniz απεβίωσε τρία χρόνια μετά από το τέλος αυτής της διαμάχης. Η αλληλογραφία μεταξύ του ιδίου και του Bernoulli που έλαβε χώρα τα έτη 1712-1713 δημοσιεύτηκε το 1745. Τότε ήταν που οι λογάριθμοι των αρνητικών αριθμών προσέλκυσαν την προσοχή των μαθηματικών, τριάντα χρόνια αργότερα.

Εντωμεταξύ, υπάρχουν και άλλες αξιοπρόσεχτες έρευνες. Σε ένα άρθρο στο περιοδικό ‘*Φιλοσοφικά Πεπραγμένα*’ (*Philosophical Transactions*), του