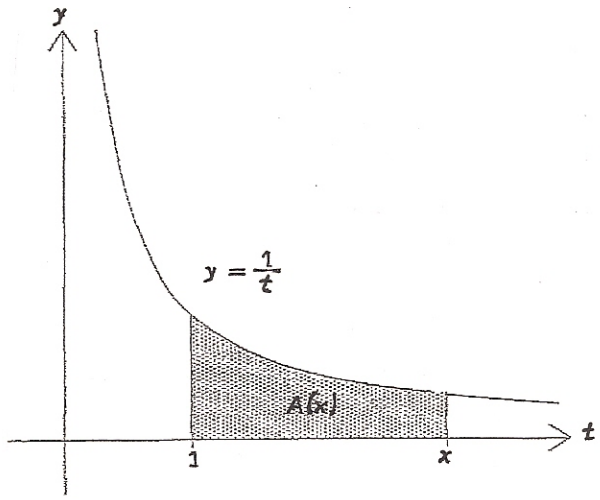
Αν $x=1$ ή $y=1$ η απόδειξη είναι προφανής.

Η ανακάλυψη επιτομή του Gregory of St. Vincent, απλοποιημένη, με μια ματιά και χρήση του σημερινού ολοκληρωτικού λογισμού μπορεί να εξηγηθεί ως εξής:

Αν $\mathrm{A}(x)$ είναι η περιοχή κάτω από το γράφημα της υπερβολής $y=\frac{1}{t}$ από $t=1$ έως $t=x$.



Τότε $\mathrm{A}(ab)=\int_1^{ab}\frac{1}{t}dt=\int_1^{a}\frac{1}{t}dt+\int_a^{ab}\frac{1}{t}dt=\int_1^{a}\frac{1}{t}dt+\int_1^{b}\frac{1}{au}adu$, όπου το δεύτερο ολοκλήρωμα προκύπτει από την αλλαγή μεταβλητής $t=au$. Συνεπώς, $\mathrm{A}(ab)=\int_1^{a}\frac{1}{t}dt+\int_1^{b}\frac{1}{u}du=\mathrm{A}(a)+\mathrm{A}(b)$. Σε αυτή τη μορφή η αντικατάσταση $t=u^r$ δίνει $\mathrm{A}(a^r)=\int_1^{a^r}\frac{1}{t}dt=\int_1^{a}\frac{1}{u^r}\left(ru^{r-1}\right)du=r\int_1^{a}\frac{1}{u}du=r\mathrm{A}(a)$. Αυτές οι ιδιότητες των εμβαδών της υπερβολής, $\mathrm{A}(ab)=\mathrm{A}(a)+\mathrm{A}(b)$ και $\mathrm{A}(a^r)=r\mathrm{A}(a)$ είναι σαν καθρέφτης με τις ιδιότητες των λογαρίθμων. Εύκολα, προκύπτει κάτι άμεσο: Γνωρίζουμε φυσικά ότι αυτή η περιοχή είναι αυτή που καλούμε φυσικό λογάριθμο, αλλά στα μέσα του 17^{ου} αιώνα η σύνδεση αυτή δεν ήταν τόσο εύκολο να κατανοηθεί και σε κάθε περίπτωση δεν είχαν τη γνώση για περιοχές κάτω από το γράφημα υπερβολής.

Προφανώς, ο πρώτος συγγραφέας που εξέφρασε αυτό το θεώρημα στη γλώσσσα των λογαρίθμων ήταν ο Βέλγος Ιησουίτης Anton de Sarasa (*Solutio*