

τριγώνου ABC και αφού τα G_1' και G_1 συμπίπτουν εκτός κατά μήκος των πλευρών AB και BC και AB' και $B'C$ αντίστοιχα. Εάν το G_1' είναι κανονικό τότε το θεώρημα έχει αποδειχθεί. Εάν όμως δεν είναι κανονικό, τότε θα πρέπει να επαναλάβουμε τις προηγούμενες κατασκευές το πολύ n-1 φορές μέχρις ότου αποκτήσουμε ένα κανονικό n-γωνο το οποίο θα είναι εγγεγραμμένο σε δοθέν κύκλο και θα έχει μεγαλύτερο εμβαδόν από το n-γωνο G.

2.3. Ισοπεριμετρικό Θεώρημα για επίπεδες καμπύλες και εφαρμογές του

‘Ο κύκλος είναι το πρώτο, το πιο απλό και το πιο τέλειο σχήμα’-Proclus

‘Lo cerchio e perfettissima figura’-Dante

Σύμφωνα με τον Polya (σελ. 168) στο ανολοκλήρωτο έργο του Descartes “Regulae ad Directionem Ingenii (or Rules for the Direction of the Mind”) βρίσκουμε το ακόλουθο απόσπασμα: *«Προκειμένου να δείξουμε αριθμητικά ότι η περίμετρος του κύκλου είναι μικρότερη από κάθε άλλου σχήματος με το ίδιο εμβαδόν, δεν χρειαζόμαστε πλήρη αξιολόγηση όλων των πιθανών σχημάτων, αλλά αρκεί να το αποδείξουμε για συγκεκριμένα σχήματα, από όπου προκύπτει το συμπέρασμα επαγωγικά και για τα υπόλοιπα σχήματα».*

Έτσι προκύπτει η ακόλουθη λίστα (υποθέτοντας ότι όλα τα σχήματα έχουν εμβαδόν 1 τετραγωνική ίντσα):

Κύκλος	3.55
Τετράγωνο	4.00
Τεταρτημόριο	4.03
Ορθογώνιο 3:2	4.08
Ημικύκλιο	4.10
Εξάντας	4.21
Ορθογώνιο 2:1	4.24
Ισόπλευρο τρίγωνο	4.56
Ορθογώνιο 3:1	4.64
Ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο	4.68