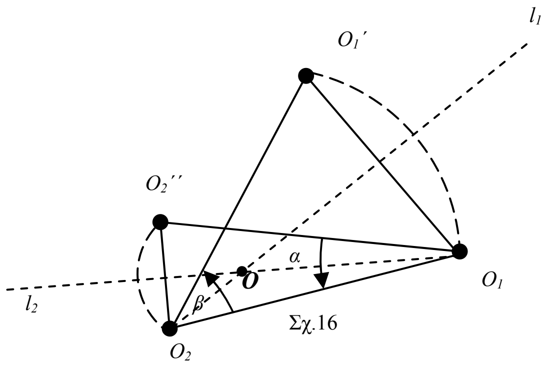
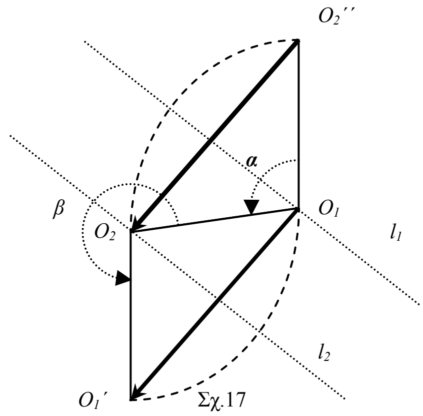
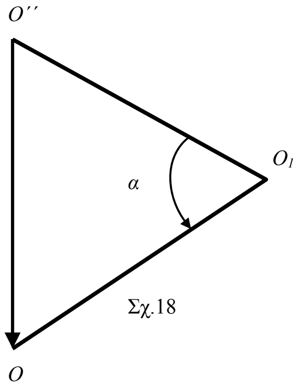


Σχ.16



Σχ.17

Τέλος με ανάλογες διαδικασίες μπορεί να δειχθεί ότι η σύνθεση μιας μεταφοράς με μια στροφή καθώς επίσης και μιας στροφής με μια μεταφορά είναι μια στροφή κατά γωνία ίση με την γωνία της στροφής αλλά με διαφορετικό κέντρο.



Σχ.18

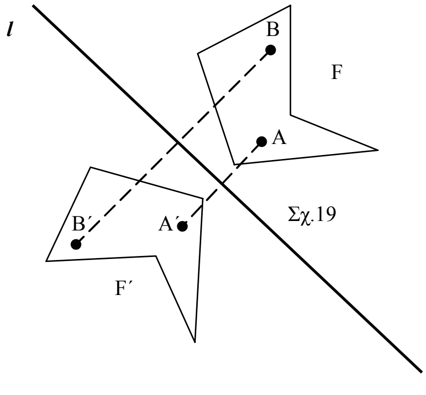
Το θεώρημα της σύνθεσης μιας μεταφοράς $\mathfrak{I}$ με μια στροφή $\mathfrak{R}$ μπορεί να αποδειχθεί με τον ακόλουθο τρόπο: Γνωρίζουμε ότι η σύνθεση δύο στροφών με ίδια γωνία αλλά με αντίθετη φορά είναι μεταφορά. Αντιστοιχεί δε στο $O_2$ (κέντρο της δεύτερης στροφής ) ένα σημείο $O_2''$ τέτοιο ώστε $O_1O_2''=O_1O_2$ και γωνία $\angle O_2''O_1O_2=\hat{\alpha}$ (σχ.17).

Ας αντικαταστήσουμε την δοθείσα μεταφορά με την σύνθεση δύο στροφών $\mathfrak{R}_1$ και $\mathfrak{R}_2$ από τις οποίες η δεύτερη έχει το ίδιο κέντρο Ο και την ίδια γωνία $\hat{\alpha}$ αλλά αντίθετη φορά με την δοθείσα στροφή $\mathfrak{R}$. Το κέντρο $O_1$ της πρώτης στροφής $\mathfrak{R}_1$ καθορίζεται από τις συνθήκες $O_1O''=O_1O$ και από την γωνία $\angle O''O_1O=\hat{\alpha}$ όπου $O''$ είναι ένα σημείο το οποίο μεταφέρεται στο σημείο Ο μέσω της δοθείσας μεταφοράς $\mathfrak{I}$. Έτσι η σύνθεση της μεταφοράς και της στροφής έχει αντικατασταθεί από την σύνθεση τριών στροφών. Όμως οι δύο τελευταίες από τις στροφές είναι αντίστροφες οπότε μένει μία μόνο στροφή, αυτή με κέντρο το $O_1$.

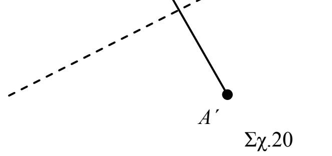
Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να αποδείξουμε και το θεώρημα της σύνθεσης μιας στροφής με μια μεταφορά.

3. Συμμετρία ως προς ευθεία –ανάκλαση ως προς ευθεία.

Ένα σημείο Α΄ λέμε ότι είναι η εικόνα ενός σημείου Α μέσω ανάκλασης ως προς μια ευθεία *l* (η οποία καλείται και άξονας συμμετρίας) αν η ευθεία *l* είναι μεσοκάθετη του τμήματος ΑΑ΄. Αν το σημείο Α΄ είναι η εικόνα του Α ως προς την ευθεία *l* τότε και αντίστροφα το σημείο Α είναι η εικόνα του Α΄ ως προς την *l* οπότε μπορούμε να μιλάμε για ζεύγη σημείων τα ποία είναι εικόνες το ένα του άλλου ως προς μια δοθείσα ευθεία *l* . Αν το Α΄ είναι η εικόνα του Α ως προς την ευθεία l τότε θα λέμε ότι το Α΄ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την ευθεία *l* .



Σχ.19



Σχ.20