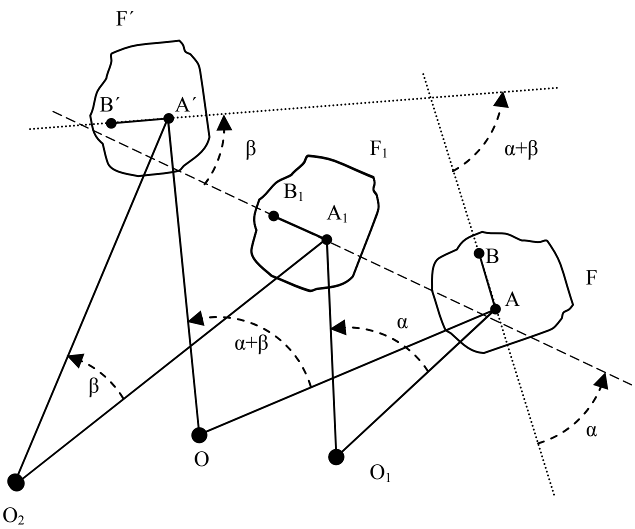
σχήματος F΄ τότε τα σχήματα AB και A_1B_1 είναι ίσα και σχηματίζουν μια γωνία $\hat{\alpha}$ Τα τμήματα A_1B_1 και A΄B΄ είναι ίσα και σχηματίζουν μια γωνία $\hat{\beta}$. Έτσι τα αντίστοιχα τμήματα AB και A΄B΄ των σχημάτων F και F΄ είναι ίσα και σχηματίζουν μια γωνία $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$. Αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ $=360^o$ αυτό σημαίνει ότι τα αντίστοιχα τμήματα των σχημάτων F και F΄ είναι παράλληλα. Από τα πιο πάνω προκύπτει άμεσα ότι τα σχήματα F και F΄ συνδέονται με έναν μετασχηματισμό στροφής με γωνία $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ $\neq 360^o$ και με έναν μετασχηματισμό μεταφοράς αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}=360^o$.



Σχ.15

Αν συνθέσουμε λοιπόν δύο στροφές $\mathcal{R}_{(O,\hat{\alpha})}$ και $\mathcal{R}_{(O,\hat{\beta})}$ με την ίδια φορά και κέντρα O_1 και O_2 και γωνίες α και β είναι μια στροφή γωνίας $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}\neq 360^o$ ενώ αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}=360^o$ είναι μια μεταφορά. Επειδή όμως η στροφή κατά μια γωνία $\hat{\alpha}$ και κατά μια ορισμένη φορά είναι ισοδύναμη με στροφή κατά 360^o-$\hat{\alpha}$ και κατά την αντίθετη φορά τότε το τελευταίο μέρος του θεωρήματος αυτού μπορεί να διατυπωθεί και ως εξής: Η σύνθεση δύο στροφών $\mathcal{R}_{(O,\hat{\alpha})}$ και $\mathcal{R}_{(O,\hat{\beta})}$ είναι μεταφορά αν αυτές οι στροφές έχουν την ίδια, κατά το μέτρο της, γωνία στροφής αλλά αντίθετες φορές στροφής.

Ας δείξουμε τώρα (σχήμα 16) πώς από τα κέντρα O_1 και O_2 και από τις γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ δύο στροφών $\mathcal{R}_{(O,\hat{\alpha})}$ και $\mathcal{R}_{(O,\hat{\beta})}$ μπορούμε να βρούμε την στροφή ή την μεταφορά που προκύπτει από την σύνθεση τους. Ας υποθέσουμε πρώτα ότι $\hat{\alpha}+\hat{\beta}\neq 360^o$. Σε τέτοια περίπτωση η σύνθεση των δύο στροφών είναι στροφή γωνίας $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$. Ας προσπαθήσουμε να βρούμε το κέντρο της σύνθεσης. Η σύνθεση των δύο στροφών απεικονίζει το κέντρο O_1 της πρώτης στο σημείο $O_1΄$ έτσι ώστε $O_1΄O_2=O_1O_2$ και η γωνία $\angle O_1O_2O_1΄=\hat{\beta}$ αφού η πρώτη στροφή αφήνει το O_1 σταθερό και η δεύτερη μεταφέρει το O_1 στο $O_1΄$. Η σύνθεση των δύο μετασχηματισμών στροφής μεταφέρει το σημείο $O_2΄΄$ στο O_2 έτσι ώστε $O_2΄΄O_1=O_2O_1$ και γωνία $\angle O_2΄΄\, O_1O_2=\hat{\alpha}$ αφού και πάλι η πρώτη στροφή μεταφέρει το $O_2΄΄$ στο O_2 και η δεύτερη αφήνει το O_2 σταθερό. Άρα το κέντρο O που ψάχνουμε βρίσκεται σε ίση απόσταση από τα O_2 και $O_2΄΄$ και από τα O_1 και $O_1΄΄$ οπότε το O μπορεί να βρεθεί ως το σημείο τομής των μεσοκαθέτων l_1 και l_2 των τμημάτων $O_1O_1΄$ και $O_2O_2΄΄$. Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουμε είναι ότι: (σχήμα 16) η l_1 διέρχεται από το O_2 και σχηματίζει γωνία $\measuredangle\, l_1O_2O_1=\frac{1}{2}\hat{\beta}$ και η l_2 διέρχεται από το O_1 και σχηματίζει γωνία $\measuredangle\, l_2O_1O_2=\frac{1}{2}\hat{\alpha}$. Αν $\hat{\alpha}+\hat{\beta}=360^o$ τότε η μεταφορά η οποία προκύπτει από την σύνθεση των δύο στροφών μπορεί να καθοριστεί από το ότι μεταφέρει το σημείο O_1 στο $O_1΄$ (ή το σημείο $O_2΄΄$ στο O_2). ότι Τα σημεία $O_1΄$ και $O_2΄΄$ μπορούν να καθοριστούν όπως και πριν.