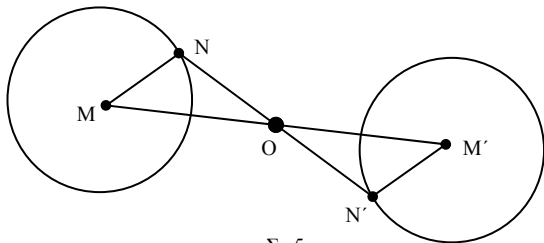


Προφανώς αν το A' λαμβάνεται από το A μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O (δηλαδή το A' είναι το συμμετρικό του A ως προς το O) τότε και αντίστροφα το A λαμβάνεται μέσω συμμετρίας ως προς O από το A' (το A είναι το συμμετρικό του A' ως προς το O).

Θα μπορούσαμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε την έκφραση: ότι το A' προκύπτει από το A με ανάκλαση (reflection) ως προς το σημείο O .

Το σύνολο όλων των σημείων που λαμβάνονται από ένα δεδομένο σχήμα F μέσω



Σχ.5

συμμετρίας ως προς κέντρο O μορφοποιούν ένα άλλο σχήμα το οποίο ας το ονομάσουμε F' . Θα λέμε τότε ότι το F' προκύπτει από το F μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O και αντίστροφα το σχήμα F λαμβάνεται από το F' πάλι μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O . Μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O μία ευθεία απεικονίζεται σε μια παράλληλη ευθεία

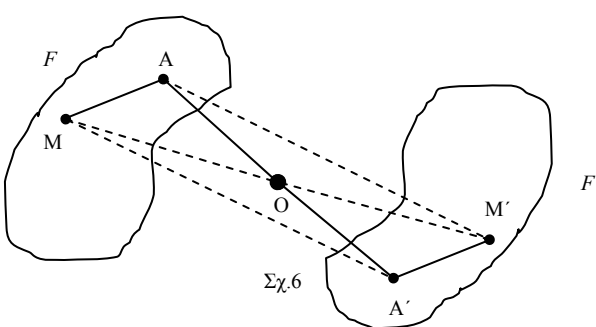
και ένας κύκλος σε έναν σύμφωνο με αυτόν κύκλο. (συμπεράσματα που διαπιστώνονται εύκολα αρκεί να συγκρίνουμε τα τρίγωνα MON και $M'ON'$ (Σχ.5)).

Αν δύο σχήματα F και F' είναι συμμετρικά ως προς κέντρο O και αν τα AB και $A'B'$ είναι αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα των δύο αυτών σχημάτων τότε το $ABA'B'$ είναι παραλληλόγραμμο (διαγώνιες διχοτομούνται) (Σχ.6). (Αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα θα λέμε δύο τμήματα που έχουν άκρα συμμετρικά).

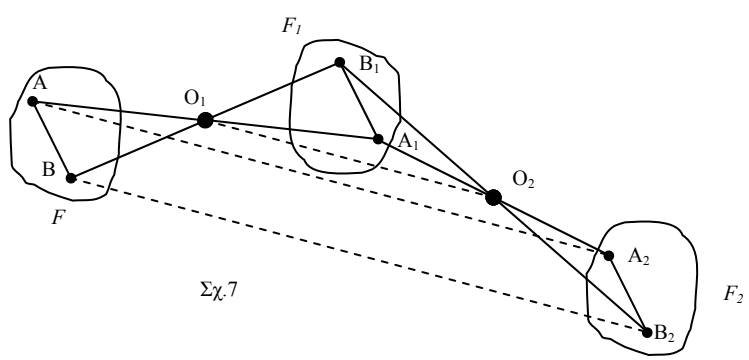
Από αυτό γίνεται φανερό ότι τα αντίστοιχα διανύσματα¹⁹ $\overline{AB}, \overline{A'B'}$ των δύο σχημάτων τα

οποία είναι συμμετρικά ως προς κέντρο O είναι μεταξύ τους αντίθετα $\overline{AB} = -\overline{A'B'}$. Αντιστρόφως αν σε κάθε σημείο ενός σχήματος F μπορούμε να συσχετίσουμε ένα σημείο ενός σχήματος F' έτσι ώστε τα διανύσματα που σχηματίζονται με άκρα αντίστοιχα σημεία να είναι μεταξύ τους αντίθετα τότε τα σχήματα F και F' είναι συμμετρικά ως προς κάποιο κέντρο O . Πράγματι (Σχ.6) ας πάρουμε δύο αντίστοιχα σημεία M και M' των σχημάτων F και F' και έστω O το μέσο του MM' . Ας υποθέσουμε ότι A, A' είναι ένα οποιοδήποτε ζεύγος αντίστοιχων σημείων των σχημάτων F και F' .

Επειδή A, A' και M, M' είναι ζεύγη αντίστοιχων σημείων άρα $\overline{AM} = -\overline{A'M'}$ οπότε $AM \parallel M'A'$ και $AM = M'A'$ άρα το $AMA'M'$ είναι παραλληλόγραμμο και έτσι το σημείο τομής των διαγώνιων του είναι το μέσο των AA' και MM' οπότε το A' λαμβάνεται από το A μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O . Επειδή τα A και A' είναι ένα αυθαίρετο ζεύγος αντίστοιχων σημείων; έχουμε ότι το σχήμα F' προκύπτει από το F μέσω συμμετρίας ως προς κέντρο O .



Σχ.6



Σχ.7

¹⁹ Με άλλα λόγια τα αντίστοιχα τμήματα (δηλαδή τμήματα που έχουν άκρα συμμετρικά σημεία) δύο σχημάτων τα οποία είναι συμμετρικά ως προς κέντρο O είναι μεταξύ τους ίσα παράλληλα και αντίθετου προσανατολισμού