

νάπτυξη της αναλυτικής γεωμετρίας και του Απειροστικού Λογισμού, επιτρέποντας τις έννοιες της μεταβολής (variation) και της συνάρτησης να εισέλθουν στην αλγεβρική σκέψη (Boyer, 1959). Ο Vietta ήταν ο πρώτος που εισήγαγε αλγεβρικούς μετασχηματισμούς στην τριγωνομετρία εκφράζοντας *συνθ* ως συνάρτηση του *συνθ* για $n=0\dots 9$ αλλά και στη Γεωμετρία, συνεισφέροντας με αυτόν τον τρόπο στην έρευνα σχετικά με τα τρία άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας, δείχνοντας ότι τόσο η τριχοτόμηση μίας γωνίας όσο και ο διπλασιασμός του κύβου εξαρτώνται από τη επίλυση τριτοβάθμιας εξίσωσης.

Η αναλυτική Γεωμετρία και η συνάρτηση

Η ουσιαστική εισαγωγή της Άλγεβρας στην Γεωμετρία πραγματοποιήθηκε με την ανακάλυψη της *Αναλυτικής Γεωμετρίας*. Την Αναλυτική Γεωμετρία την ανακάλυψαν, ο Rene Descartes (1596-1650) και ο Pierre de Fermat (1601-1665) σχεδόν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, εκκινώντας όμως από διαφορετικές αφετηρίες. Ο Descartes στο έργο του *Discours de la methode pour bien conduire sa raison et chercher la varite dans le science* (1637) και στο παράρτημα *la Geometrie* παρουσιάζει μια γεωμετρική μέθοδο, τη μέθοδο των συντεταγμένων (αναλυτική γεωμετρία) με την οποία ένα γεωμετρικό πρόβλημα μετατρέπεται σε αλγεβρικό και αντίστροφα. Η ανάπτυξη της κινηματικής από τους επιστήμονες της εποχής του 17^{ου} αι. (Γαλιλαίος, Κέπλερ) και η χρήση των μεταβλητών μεγεθών για την περιγραφή διαφορετικών κινήσεων, επηρέασε τον Descartes ώστε να εισάγει με την καρτεσιανή γεωμετρία τη γενική έννοια του μεταβλητού μεγέθους (Γιαννακούλιας, 2007). Η μεταβλητή x στα Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά αντιστοιχούσε στο μήκος ενός ευθυγράμμου τμήματος, το x^2 στο εμβαδό ενός τετραγώνου πλευράς x και το x^3 στον όγκο ενός κύβου ακμής x^3 . Ο Descartes όμως μέσω της αναλογίας $\frac{1}{x} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$ αντιλαμβάνο-

νταν το x^2 ως το μήκος της τετάρτου αναλόγου το οποία και εύκολα κατασκευάζεται, έτσι το γεωμετρικό αντίστοιχο του x^2 δεν είναι το τετράγωνο αλλά η παραβολή (Γιαννακούλιας, Eves). Στη *geomertie o Descartes* αντιμετωπίζει γεωμετρικά προβλήματα παρόμοια με αυτά των Αρχαίων και προσπαθεί να τα επιλύσει με τη βοήθεια της Άλγεβρας. Αυτό το καταφέρνει με την επινόηση του Καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων όπου σε έναν άξονα σημειώνει το μήκος x και στη συνέχεια υπό συγκεκριμένη γωνία σημειώνει το αντίστοιχο μήκος y . Με τον τρόπο αυτό καταφέρνει να αντιστοιχίσει τα σημεία του επίπεδου με τις συντεταγμένες του, μετατρέποντας έτσι το γεωμετρικό πρόβλημα σε αλγεβρικό καθώς οι καμπύλες πλέον είναι γεωμετρικοί τόποι σημείων που οι συντεταγμένες τους ικανοποιούν την εξίσωση. (Eves, Γιαννακούλιας, Νεγρεπόντης). Σε αντίθεση με τον Descartes ο οποίος προσπαθούσε να βρει την εξίσωση της καμπύλης, ο Fermat διέθετε την εξίσωση και μελετούσε την καμπύλη, λειτουργώντας συμπληρωματικά ο ένας με τον άλλον σε σχέση με τις δύο πτυχές της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Η εισαγωγή της Άλγεβρας στη Γεωμετρία και οι μέθοδοι του Vietta ήταν γνωστοί στο Fermat ο οποίος και τις εφάρμοσε στην Αναλυτική Γεωμετρία.

Μέχρι το 17^ο αιώνα η έννοια της συνάρτησης αναπτύχθηκε κυρίως μέσα από την μελέτη των τριγωνομετρικών συναρτήσεων και των λογαριθμικών συναρτήσεων καθώς επίσης από την ανάπτυξη της συμβολικής άλγεβρας. Οι μαθηματικοί της προηγούμενης περιόδου, παρόλο που οι ίδιοι δεν είχαν συνείδηση της έννοιας της συνάρτησης, με τις ανακαλύψεις τους προλείαναν το έδαφος για την ανάδυση της. Μέχρι εκείνη τη στιγμή η έννοια της συνάρτησης είχε εμφανιστεί ως πίνακας τιμών, λεκτικά, ως γραφική παράσταση αλλά και κινηματικά. Η αναλυτική έκφραση της έννοιας εμφανίζεται στο τέλος του 17^{ου} αι. με την ανακάλυψη της Αναλυτικής Γεωμετρίας.