

κά κυριαρχούσε η έννοια του λόγου η οποία δεν παρέπεμπε άμεσα στη μέτρηση (Σπύρου&Γαγάτσης, 2008). Είναι χαρακτηριστικό ότι μέσω του λόγου και των αναλογιών εκφράστηκαν μαθηματικές σχέσεις που σήμερα τις θεωρούμε ως συναρτησιακές (Kleiner,1989). Παράδειγμα είναι η σχέση της διαμέτρου με το εμβαδό του κύκλου και η οποία σήμερα εκφράζεται μέσα από τη σχέση  $E=\pi r^2$  ενώ στα *Στοιχεία του Ευκλείδη* (300 πχ) δίνεται μέσα από την αναλογία:

«Οί κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.»

(ΒιβλίοXII , πρόταση 2)

δηλ ο λόγος των εμβαδών δύο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των τετραγώνων των διαμετρών τους. Με τη χρήση της έννοιας του λόγου εκφράστηκε από τους Πυθαγόρειους ίσως και ο πρώτος μαθηματικός νόμος της φυσικής: η σχέση του μήκους μίας μεταλλικής χορδής με τον παραγόμενο ήχο (Kleiner,1989).

#### Οι Άραβες ,οι Ινδοί και η συνάρτηση

Οι Άραβες αλλά και οι Ινδοί θεωρούσαν τους εαυτούς τους πρωτίστως αστρονόμους και δευτερευόντως μαθηματικούς, με συνέπεια να αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά ως εργαλείο για την μελέτη της αστρονομίας. Επομένως ήταν αναπόφευκτη η ενασχόλησή τους με την τριγωνομετρία (Eves, 1953) και έμμεσα με την έννοια της συνάρτησης. Οι Ινδοί Μαθηματικοί ,από τον 7<sup>ο</sup> αιώνα με τον *Βραχμαγκούπτα* έως τον 12<sup>ο</sup> αιώνα με τον *Μπασκάρα* , προσέγγισαν την έννοια της συνάρτησης έμμεσα, στο πλαίσιο της μελέτης της αστρονομίας, όπου συνέταξαν πίνακες όχι χορδών όπως οι Έλληνες μαθηματικοί, αλλά πίνακες μισών χορδών ,υπολογίζοντας έτσι στη πραγματικότητα τα ημίτονα των αντίστοιχων γωνιών (Eves, 1953). Ομοίως και οι Άραβες μαθηματικοί συνέταξαν πίνακες υπολογισμού των ημιτόνων με μεγαλύτερη πυκνότητα (ανά 15'' της μοίρας), συγκεκριμένα ο *Abul-Wefa* (940-998) ο οποίος και εισήγαγε για πρώτη φορά τη συνάρτηση *εφαπτομένη*.

#### Η μελέτη της κίνηση και η συνάρτηση

Στην ιστορική πορεία της ανάπτυξης των Μαθηματικών θα ξανασυναντήσουμε τις συναρτησιακές σχέσεις το 13<sup>ο</sup> και 14<sup>ο</sup> αιώνα, στο Παρίσι και την Οξφόρδη, στην προσπάθεια των δύο κύριων σχολών της Φυσικής Φιλοσοφίας να μελετηθεί η κίνηση, και ιδιαίτερα η επιταχυνόμενη κίνηση «μέσα από τα μαθηματικά και την ποσοτική διατύπωση των νόμων της κίνησης» (Γιαννακούλιας 2007, Kleiner 1989). Εκεί τέθηκαν για πρώτη φορά τα προβλήματα εκείνα, που για τη λύση τους είναι απαραίτητο να επινοηθεί η έννοια της συνάρτησης. Για την επίτευξή του στόχου της ποσοτικοποίησης φυσικών μεγεθών οι μαθηματικοί και φιλόσοφοι της εποχής 'μετακινήθηκαν' από την αρχαιοελληνική έννοια του λόγου στην έννοια του ratio, δηλαδή «σε μία υπολογιστική σχέση με αριθμητικό αποτέλεσμα, καθόσον η αναγέννηση βλέπει τις φυσικές οντότητες ως *res extensa* «μεγέθη εκτατά και μετρούμενα»(Σπύρου& Γαγατσης,2008). Η ταχύτητα είναι ένα τέτοιο φυσικό μέγεθος που για να μετρηθεί θα χρησιμοποιηθεί ο λόγος της απόστασης προς το χρόνο. Σύμφωνα με τους φιλοσόφους της εποχής η ταχύτητα είναι *ποιότητα* στην οποία πρέπει να αποδοθεί μια αριθμητική τιμή, η *ένταση* (*Intensio*) ή *πλάτος* (*latitudo*), και για το σκοπό αυτό πρέπει να μελετηθεί η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στην ένταση της ποιότητας και μίας αμετάβλητης μορφής, της *έκτασης*(*extensio*) ή *μήκους* (*longitudo*), δηλ της απόστασης ή του χρόνου (Γιαννακούλιας,2007). Αναπτύχθηκε έτσι η θεωρία των *Latitude of forms*, όπου ως form μπορεί να θεωρηθεί οποιαδήποτε ποιότητα που επιδέχεται κάποια μεταβολή (Boyer,1959). Στο πλαίσιο αυτό οι ερευνητές του Κολεγίου του Merton της Οξφόρδης απέδειξαν τον «κανόνα της μέσης ταχύτητας του Merton»: *Μία ομαλά επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση είναι ισοδύναμη, όσον αφορά το διάστημα που διανύεται σε δοθέντα χρόνο, με μια ομαλή κίνηση στην οποία η ταχύτητα είναι ίση καθ' όλη τη διάρκεια, με τη στιγμιαία ταχύτητα στο μέσον του χρόνου της ομαλά επιταχυνόμενης ή*