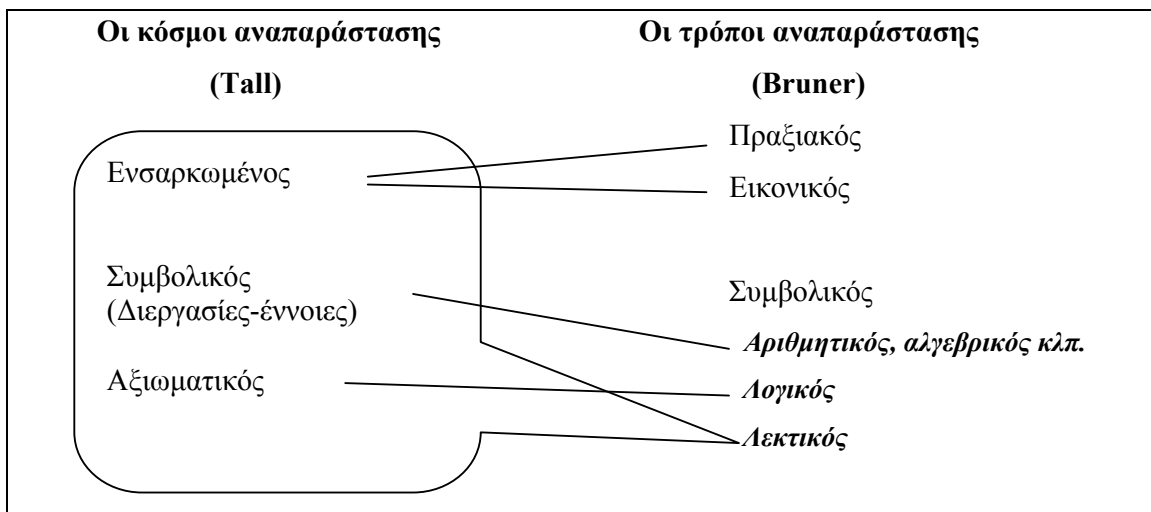


πραγματικό αλλά επεκτείνεται στις αντίστοιχες νοητικές κατασκευές που προκύπτουν από αφαίρεση, πάντα όμως παραμένει συνδεδεμένος με τη δράση και τα αποτελέσματα των αισθήσεων από τα οποία προέρχεται.

Ο *συμβολικός – κόσμος των διεργασιών-έννοιών* (*symbolic - proceptual*) αξιοποιεί το ρόλο των συμβόλων στην αριθμητική, στην άλγεβρα και στη συμβολική ανάλυση συνδυάζοντας τη διπλή τους υπόσταση, ως διεργασία και ως έννοια (*διεργασία-έννοια-procept*). Πρόκειται για τον κόσμο της επεξεργασίας και διαχείρισης συμβόλων.

Ο *αξιοματικός* (*axiomatic*) κόσμος είναι εκείνος που προσεγγίζει τα μαθηματικά με τον τυπικό τρόπο. Ξεκινάει από επιλεγμένα αξιώματα και θεμελιώδεις έννοιες και με λογικά συμπεράσματα οδηγείται στην απόδειξη. Στο κόσμο αυτό οι προτάσεις είναι αληθείς, γιατί μπορούν να αποδειχθούν με βάση τα αξιώματα και τα θεωρήματα. Λόγω της αυστηρότητας και του φορμαλισμού που απαιτεί ο κόσμος αυτός, αποτελεί το σημείο εκείνο που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη δυσκολία για τους μαθητές.

Ο ρόλος της γλώσσας είναι πολύ σημαντικός, και στους τρεις κόσμους, καθώς μέσω της επικοινωνίας και της διαπραγμάτευσης εμπλουτίζονται κάθε φορά οι έννοιες που αναπτύσσονται. Η διάκριση αυτή σχετίζεται με αυτή του Bruner αφού ο *ενσαρκωμένος κόσμος* αντιστοιχεί στο *πραξιακό* και *εικονικό* επίπεδο, ο *συμβολικός κόσμος των διεργασιών-έννοιών* με το *συμβολικό* όσο αναφορά στο μαθηματικό συμβολισμό (αριθμητικό, αλγεβρικό κλπ.) ενώ ο *αξιοματικός* με εκείνο το τμήμα του *συμβολικού* που σχετίζεται με τη λογική. Το τμήμα της *συμβολικής* αναπαράστασης που αναφέρεται στη *γλώσσα* (*verbal*) διαχέεται σε όλους τους κόσμους. Στο σχήμα 5 φαίνεται η παραπάνω αντιστοίχιση.



Σχήμα 5: Σύνδεση των θεωριών των Bruner και Tall, (Tall, 2002)