

### 3. ΦΟΡΜΑΛΙΣΜΟΣ

Στο σημείο αυτό και αφού έχουμε παρουσιάσει τα κυριότερα σημεία της θεωρίας του Πλατωνισμού και πριν αναφερθούμε αναλυτικά στην θεωρία του κονστρουκτιβισμού, για λόγους πληρότητας, αναφέρουμε εν συντομία και τη διαφορά τους με τον φορμαλισμό. Για τον φορμαλισμό δεν υπάρχουν μαθηματικά αντικείμενα. Απλά τα μαθηματικά αποτελούνται από αξιώματα, ορισμούς και θεωρήματα – με άλλα λόγια από τύπους. Από μία ακραία άποψη, υπάρχουν κανόνες με τους οποίους φτάνουμε από τον έναν τύπο στον άλλον, αλλά οι τύποι δεν αφορούν τίποτα. Είναι απλά σειρές συμβόλων. Ο φορμαλιστής βέβαια γνωρίζει ότι οι μαθηματικοί τύποι μερικές φορές εφαρμόζονται και στα φυσικά προβλήματα. Όταν δίνεται μια φυσική ερμηνεία σε έναν τύπο αυτός αποκτά μια σημασία που μπορεί να είναι αληθής ή ψευδής. Αυτή όμως η αλήθεια ή η σφαλερότητα έχει να κάνει με τη συγκεκριμένη φυσική ερμηνεία. Ως καθαρά μαθηματικός τύπος δεν έχει κανένα νόημα και καμία τιμή αλήθειας.

Για τον φορμαλιστή, από την άλλη μεριά, οι Davis & Hersh, θεωρούν ότι η ερμηνεία του πλατωνιστή δεν έχει νόημα. Ας θεωρήσουμε για παράδειγμα το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Για τους φορμαλιστές δεν υπάρχει σύστημα πραγματικών αριθμών, εκτός και αν διαλέξουμε οι ίδιοι να το δημιουργήσουμε καταγράφοντας τα αξιώματα που το περιγράφουν. Μπορούμε να αλλάξουμε το σύστημα των αξιωμάτων του αν το επιθυμούμε. Αυτή η αλλαγή μπορεί να γίνει για λόγους διευκόλυνσης, ή για λόγους χρησιμότητας, ή με κάποιο άλλο κριτήριο που θα οριστεί από εμάς. Δεν μπορεί να είναι θέμα καλύτερης αντιστοιχίας με την πραγματικότητα γιατί εκεί δεν υπάρχει καμία πραγματικότητα.

Τελικά, οι Davis & Hersh, αναφέρουν ότι, οι φορμαλιστές και οι πλατωνιστές αντιμετωπίζουν από αντίθετες πλευρές το ζήτημα της ύπαρξης και της πραγματικότητας. Αλλά δεν διαφωνούν για το ποιες αρχές συλλογισμού επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται στην μαθηματική πρακτική. Αντίθετοι και με τους δύο είναι οι κονστρουκτιβιστές. Αυτοί θεωρούν γνήσια μαθηματικά μόνον εκείνα που μπορούν να παραχθούν, να κατασκευαστούν δηλαδή από μια πεπερασμένη δομή.

### 4. Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΑ ΔΥΣΚΟΛΗ ΘΕΣΗ ΤΟΥ ΜΑΧΙΜΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ

Οι περισσότεροι συγγραφείς που έχουν διαπραγματευτεί αυτό το θέμα φαίνεται να συμφωνούν ότι ο τυπικός μάχιμος μαθηματικός είναι πλατωνιστής τις καθημερινές και φορμαλιστής τα Σαββατοκύριακα. Αυτό σημαίνει ότι όταν ασχολείται με τα μαθηματικά,