

## 2.5. Οι δραστηριότητες

Μετά το πέρας αυτής της συνάντησης οι δραστηριότητες που δόθηκαν στις ομάδες είχαν στόχο τόσο την περαιτέρω εξοικείωση των σπουδαστών με την έννοια και την επίλυση της δ.ε. χωριζόμενων μεταβλητών, όσο και την βαθύτερη κατανόηση από μέρους τους της περιγραφής πραγματικών καταστάσεων με μαθηματικούς όρους και έννοιες. Είχαν χρόνο περίπου πέντε μέρες να εργαστούν εντός ή εκτός τάξης σε ομάδες ή ανεξάρτητα. Για το πενήνήμερο αυτό είχαν προγραμματιστεί δύο δίωρες συναντήσεις των ομάδων με τον καθηγητή τους. Οι δραστηριότητες αυτές ήταν οι παρακάτω:

**1. Ελαστικότητα ζήτησης:** Η παράγωγος του λογαρίθμου μιας θετικής συνάρτησης  $f(t)$ , δίνεται απ' την ισότητα

$$(\ln f(t))' = \frac{f'(t)}{f(t)}.$$

Λόγω του ότι η παραπάνω ποσότητα συγκρίνει το ρυθμό μεταβολής της  $f(t)$  με την ίδια την  $f(t)$ , την ονομάζουμε *σχετικό ρυθμό μεταβολής της  $f(t)$  ανά μονάδα του  $t$* .

Ως γνωστόν, στην Οικονομική Θεωρία μια τυπική συνάρτηση ζήτησης  $Q=Q(p)$  συνδέει τη ζητούμενη ποσότητα  $Q$  με την τιμή  $p$  του εκάστοτε προϊόντος. Η έννοια της ελαστικότητας της ζήτησης  $Q(p)$  ως προς την τιμή  $p$  (ανά μονάδα) ενός προϊόντος, ορίζεται από την ισότητα:

$$\begin{aligned} e(p) &= - \frac{\text{σχετικός ρυθμός μεταβολής της ζητούμενης ποσότητας}}{\text{σχετικός ρυθμός μεταβολής της τιμής}} \\ &= - \frac{Q'(p)/Q(p)}{1/p} = - \frac{p \cdot Q'(p)}{Q(p)}, \end{aligned}$$

προκειμένου να συγκριθεί ο σχετικός ρυθμός μεταβολής  $(\ln Q(p))'$  της ζητούμενης ποσότητας προϊόντος με το σχετικό ρυθμό μεταβολής της τιμής του προϊόντος  $(\ln p)'$ .

i) Γιατί για μια τυπική συνάρτηση ζήτησης είναι  $Q'(p) < 0$ ; Μπορείτε να δικαιολογήσετε το αρνητικό πρόσημο στον ορισμό της  $e(p)$ ;

ii) Εάν η ελαστικότητα έχει τη σταθερή τιμή  $m$ , οπότε μιλάμε για *ισοελαστική ζήτηση*, βρείτε τη μορφή της συνάρτησης  $Q(p)$  της ζήτησης. Αποδείξτε πως αν η ζήτηση είναι ισοελαστική τότε το κλάσμα  $\frac{\text{οριακά έσοδα}}{\text{ζητούμενη ποσότητα}}$  είναι σταθερό.

iii) Εάν η ζήτηση  $Q(p)$  είναι αντιστρόφως ανάλογη της τιμής τότε  $e(p) = 1$ , ενώ αν η ζήτηση είναι ανάλογη της τιμής τότε  $e(p) = -1$ . Είναι ρεαλιστική αυτή η δεύτερη περίπτωση;

**2. Δράση εντομοκτόνου:** Κουνούπια που βρίσκονται σ' ένα κλειστό δωμάτιο ψεκάζονται μ' ένα φάρμακο. Αν η μεταβλητή  $x$  παριστάνει τη δόση (ποσοστό μιας φιάλης) του φαρμάκου που χρησιμοποιήθηκε και η μεταβλητή  $y$  παριστάνει το αντίστοιχο ποσοστό των νεκρών εντόμων επί του συνόλου, τότε επιθυμούμε να βρούμε μια συνάρτηση  $y=y(x)$  που θα συνδέει τις δύο μεταβλητές.

Δόση $x$ του φαρμάκου	Αριθμός εντόμων στο δωμάτιο	Πλήθος νεκρών εντόμων	Ποσοστό $y$ των νεκρών εντόμων επί του συνόλου
0,10	47	8	0,170
0,15	53	14	0,264
0,20	55	24	0,436
0,30	52	32	0,615
0,50	46	38	0,826
0,70	54	50	0,926
0,95	52	50	0,962

πίνακας 3