

από το σημείο επαφής στο οποίο δεν υπάρχει άλλο κοινό σημείο.

- Δεν μπορεί να τέμνει την καμπύλη στο σημείο επαφής.
- Δεν υπάρχει εφαπτομένη σε γωνιακό σημείο.

Τα δύο πρώτα τεκμηριώνουν το γεγονός ότι γύρω από το σημείο επαφής η καμπύλη μένει στο ίδιο μέρος ως προς την εφαπτομένη. Οι μαθητές φαίνεται να εφαρμόζουν τοπικά μια ολική ιδιότητα χωρίς να καταφέρνουν να ανακατασκευάσουν την εικόνα έννοιας ώστε να συμπεριλάβουν την αναλυτική προοπτική.

✓ *γεωμετρική ολική προοπτική* (Geometrical Global perspective) διαμορφώνει συγκεκριμένες εικόνες έννοιας για την εφαπτομένη:

- Η εφαπτομένη έχει ένα μόνο κοινό σημείο με την καμπύλη και την αφήνει στο ίδιο ημιεπίπεδο. Συνεπώς, οι μαθητές μπορούν να δεχθούν εφαπτομένη σε γωνιακό σημείο αλλά όχι σε σημείο καμπής.
- Η εφαπτομένη έχει ένα κοινό σημείο επαφής με την καμπύλη ανεξάρτητα από τις σχετικές τους θέσεις. Συνεπώς οι μαθητές μπορούν να δεχθούν εφαπτομένη σε σημείο καμπής.

Οι Biza, Christou και Zachariades (2008) εντοπίζουν ότι η πλειοψηφία των μαθητών έχει την ενδιάμεση τοπική προοπτική. Τα ευρήματα δείχνουν ότι οι μαθητές δυσκολεύονται πάρα πολύ να κάνουν τη μετάβαση από το ολικό στο τοπικό και αντίστροφα (Biza, 2008). Αυτό οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στο ότι οι μαθητές νοηματοδοτούν τις μαθηματικές έννοιες σύμφωνα με τα πλαίσια μέσα στα οποία τις συναντούν και κάνουν χρήση ιδιοτήτων που γίνονται αντιληπτές από την εμπειρία τους χωρίς να ξέρουν το αυστηρό μαθηματικό πλαίσιο που τις διέπει (Moreira & Pinto, 2004).

Προς αυτήν την κατεύθυνση έχουν αναδειχθεί μερικοί πολύ χρήσιμοι τρόποι προσέγγισης της εφαπτομένης. Στόχος όλων αυτών είναι να υπερκεράσουν τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με την έννοια και