

Παραθέτουμε στη συνέχεια 3 από τους ορισμούς που περιέχονται στο Πέμπτο βιβλίο των *Στοιχείων* μαζί με κάποια σχόλια.

OP. [3]. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποιά σχέσις.

Εδώ αναφέρεται σε **ομοειδή μεγέθη**, χωρίς να τα ορίζει. Στην πράξη βλέπουμε ότι δυο μεγέθη α, β έχουν λόγο μόνο όταν είναι ομοειδή.

Για παράδειγμα τα α, β είναι ομοειδή αν είναι και τα δυο ευθύγραμμα τμήματα, ἢ αν είναι και τα δυο κυκλικά τμήματα. Αντίστοιχα και για τις επιφάνειες.

OP. [4]. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύνανται παλλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων υπερέχειν.

Πρόκειται για την **αρχή Αρχιμήδους - Ευδόξου ἢ αξίωμα της συνέχειας** και μας λέει ότι αν α και β είναι δύο μεγέθη του ίδιου είδους και το α είναι μικρότερο από το β , τότε είναι πάντοτε εφικτό να βρεθεί θετικός ακέραιος n έτσι ώστε $n\alpha$ να είναι μεγαλύτερο από το β .

Ισοδύναμη μορφή

Ἐστω $\alpha > \beta$. Κατασκευάζουμε τα $2\beta, 3\beta, \dots, n\beta, \dots$. Αν υποθέσουμε ότι $\frac{n}{1} < \frac{\alpha}{\beta}$ για $n=1, 2, \dots$ τότε το σύνολο των φυσικών αριθμῶν είναι ἄνω φραγμένο από κάποιο σταθερό λόγο $\frac{\alpha}{\beta}$ που αποκλείεται. Αυτό σημαίνει ότι **δεν υπάρχουν απείρως μικρά μεγέθη**.

OP. [5]. Ἐν τῶ αὐτῶ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασιῶν καθ' ὅποιονοῦν